



автономная некоммерческая образовательная организация  
высшего образования Центросоюза Российской Федерации  
**«Сибирский университет потребительской кооперации»**  
Забайкальский институт предпринимательства

Методические указания и задания  
по выполнению практических  
и самостоятельных работ  
по дисциплине:

**ПД 01. «Математика»**  
**(включая алгебру и начала математического анализа, геометрию)**

для обучающихся  
среднего профессионального образования  
по специальности

**40.02.02 Правоохранительная деятельность**

Чита  
2023

Методические указания и задания по выполнению практических и самостоятельных работ по дисциплине "Математика" (включая алгебру и начала математического анализа, геометрию) для обучающихся специальности 40.02.02 Правоохранительная деятельность / (сост. старший преподаватель Л.Э. Степанова) АНООВО Центросоюза РФ «ЗИПСибУПК» – Чита, 2023г.

Рецензент: С.Л. Новолодская, канд.пед.наук, доцент, заведующая кафедрой общеобразовательных дисциплин

Методические указания и задания утверждены и рекомендованы к использованию в учебном процессе кафедрой общеобразовательных дисциплин, протокол от 25 январь 2023г.№ 5.

## **СОДЕРЖАНИЕ**

1. Общие положения .....	4
2. Темы и их краткое содержание.....	5
3. Методические указания и задания к практическим занятиям и самостоятельной работе .....	15
4. Список рекомендуемой литературы .....	46
5. Современные профессиональные базы данных и информационные ресурсы сети интернет	

## **1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ**

Методические указания и задания к практическим занятиям самостоятельной работе по дисциплине «Математика» (включая алгебру и начала математического анализа, геометрию) составлены в соответствии с рабочей программой учебной и предназначены для обучающихся специальности 40.02.02 Правоохранительная деятельность.

Цель методических указаний – усвоение и закрепление обучающимися теоретических знаний, овладение методами решения математических и статистических задач, получение навыков интерпретации полученных результатов и развития математической интуиции.

Программу по дисциплине за 10-11 классы студенты должны изучать по учебникам.

## **2. ТЕМЫ И ИХ КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ**

Тема 1. Геометрические места точек. Уравнение прямой на плоскости. Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки. Угол между прямыми.

Геометрические места точек. Уравнение прямой на плоскости. Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки. Угол между прямыми.

Тема 2. Угол между прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Расстояние от точки до прямой.

Угол между прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Расстояние от точки до прямой.

Тема 3. Эллипс, гипербола, парабола как геометрические места точек.

Эллипс, гипербола, парабола как геометрические места точек.

Тема 4. Прямые и плоскости в пространстве.

Основные понятия стереометрии (точка, прямая, плоскость, пространство). Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Угол между прямыми в пространстве. Перпендикулярность прямых. Параллельность и перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства. Теорема о трех перпендикулярах. Перпендикуляр и наклонная к плоскости. Угол между прямой и плоскостью. Параллельность плоскостей, перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства. Двугранный угол, линейный угол двугранного угла. Расстояния от точки до плоскости. Расстояние от прямой до плоскости. Расстояние между параллельными плоскостями.

Тема 5. Многогранники.

Вершины, ребра, грани многогранника. Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность. Прямая и наклонная призма. Правильная призма. Параллелепипед. Куб. Пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность. Треугольная пирамида. Правильная пирамида. Усеченная пирамида. Симметрии в кубе, в параллелепипеде. Сечения многогранников. По-строение сечений. Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр).

Тема 6. Тела и поверхности вращения.

Цилиндр и конус. Усеченный конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. Шар и сфера, их сечения.

Тема 7. Объемы тел и площади их поверхностей

Понятие об объеме тела. Отношение объемов подобных тел. Формулы объема куба, параллелепипеда, призмы, цилиндра. Формулы объема пирамиды и конуса. Формулы площади поверхностей цилиндра и конуса.

Тема 8. Координаты и векторы.

Декартовы координаты в пространстве. Формула расстояния между двумя точками. Уравнения сферы и плоскости. Формула расстояния от точки до плоскости. Векторы. Модуль вектора. Равенство векторов. Сложение векторов и умножение вектора на число. Угол между векторами. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов. Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам.

## Тема 9. Числовые и буквенные выражения

Делимость целых чисел. Деление с остатком. Корень степени  $n > 1$  и его свойства. Степень с рациональным показателем и ее свойства. Понятие о степени с действительным показателем. Свойства степени с действительным показателем. Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество. Логарифм произведения, частного, степени; переход к новому основанию. Десятичный и натуральный логарифмы, число  $e$ .

## Тема 10. Тригонометрия

Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла. Радианная мера угла. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа. Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения. Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов. Синус и косинус двойного угла. Формулы половинного угла. Преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму. Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента. Преобразования тригонометрических выражений.

## Тема 11. Функции

Функции. Область определения и множество значений. График функции. Построение графиков функций, заданных различными способами. Свойства функций: монотонность, четность и нечетность, периодичность, ограниченность. Промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума (локального максимума и минимума). Выпуклость функции. Графическая интерпретация. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях

## Тема 12. Уравнения и неравенства.

Основные приемы решения уравнений, неравенств, систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных. Равносильность уравнений, неравенств, систем. Решение систем уравнений с двумя неизвестными (простейшие типы). Решение систем неравенств с одной переменной.

## Тема 13. Начало математического анализа.

Понятие о пределе последовательности. Существование предела монотонной ограниченной последовательности. Длина окружности и площадь круга как пределы последовательностей. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и ее сумма. Теоремы о пределах последовательностей. Переход к пределам в неравенствах. Понятие о непрерывности функции. Основные теоремы о непрерывных функциях. Понятие о пределе функции в точке. Поведение функций на бесконечности. Асимптоты.

### **3. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ЗАДАНИЯ К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ И САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ**

#### **Вариант №1**

##### **Степени и корни. Самостоятельная работа №1.**

1. Упростить  $(343 \cdot a^{-6})^{-\frac{1}{3}}$  и вычислить при  $a = 7\sqrt{7}$ .

2. Упростить  $\frac{\sqrt[7]{y^3 \cdot \sqrt[3]{y^2}}}{y^{-\frac{31}{21}}}$  и вычислить при  $y = \sqrt{10}$ .

3. Вычислить:

$$(0,25)^{-1} \cdot \left(1 \frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{5}{4}\right)^3 : \left(-\frac{2}{5}\right)^{-3} - 23 \cdot 2^{-7}.$$

4. Упростить:

$$\left(\frac{x^{-0,5} - x^{-1,5}}{1 - x^{-1}} - 1\right) \cdot \frac{x^{-0,5} + 1}{x^{-1} - 1}.$$

5. Упростить:

$$\sqrt{4 - \frac{8}{a} + \frac{4}{a^2}} \cdot \frac{a \cdot \sqrt{a}}{1 - a}, \text{ при } a > 1.$$

##### **Показательная и логарифмическая функции. Самостоятельная работа №2.**

1. Вычислить  $9^{2+0,5 \cdot \log_3 10}$

2. Решить показательное уравнение  $3^{x-1} = 3^x \cdot 3^{x-1}$

3. Решить показательное неравенство  $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1+x}{1-x}} \geq 243$

4. Решить логарифмическое уравнение

$$\log_4(x+5) + \log_4(x+4) = \log_4 6$$

5. Решить логарифмическое неравенство..

$$\log_2(4x-3) > \log_2(x-7)$$

##### **Тригонометрия. Самостоятельная работа №3.**

1. Дано  $\sin \alpha = -0,3$ ;  $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$ .

Найти значения остальных тригонометрических функций, а также  $\cos 2\alpha$ .

2. Вычислить:  $\cos(-1140^\circ)$ .

3. Решить уравнение:  $\operatorname{tg}^2 6x - \operatorname{tg} 6x = 0$ .

4. Решить уравнение:  $\cos 2x + \cos x + 1 = 0$ .

5. Упростить:  $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \alpha (\cos^2 \alpha + 1)$ .

### **Стереометрия. Самостоятельная работа №4.**

Задача 1.

Отрезок  $AD$  перпендикулярен к плоскости равнобедренного треугольника  $ABC$ . Известно, что  $AB = AC = 5\text{ см}$ ,  $BC = 6\text{ см}$ ,  $AD = 12\text{ см}$ . Найти расстояние от точек  $A$  и  $D$  до прямой  $BC$ .

Задача 2.

Дан прямоугольный параллелепипед с ребрами длиной 6, 8 и 7 см. Найти его объем  $V$ , площадь полной поверхности  $P$  и длину диагонали  $d$ .

Задача 3.

В основании правильной четырехугольной пирамиды лежит квадрат со стороной 8 см. Её высота 3 см. Найти объем пирамиды  $V$  и площадь её полной поверхности  $P$ .

Задача 4.

Дан правильный тетраэдр с длиной ребра  $a = 6$  см. Найти его объем  $V$  и площадь полной поверхности  $P$ .

Указание. В правильном, т.е. равностороннем треугольнике со стороной  $a$ , радиус описанной окружности  $R = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot a$ , площадь треугольника  $S = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2$ .

Задача 5.

Найти объем  $V$  и площадь полной поверхности  $P$  для прямого кругового цилиндра с радиусом основания  $R = 4\text{ см}$  и высотой  $H = 5\text{ см}$ .

### **Векторы Самостоятельная работа №5.**

1. Изобразить в пространственной системе координат точку  $M(2; 3; 5)$  и радиус-вектор  $\overrightarrow{OM}$ . Записать вектор  $\overrightarrow{OM}$  как сумму составляющих по координатным осям в базисе  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ .

2. Даны точки  $A(1; -2; 4)$  и  $B(6; 0; 1)$ . Найти вектор  $\overrightarrow{AB}$ , его длину и направляющие косинусы.

3. Даны векторы  $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$  и  $\vec{b} = 4\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ . Найти векторы  $\vec{a} + \vec{b}$  и  $4\vec{a} - 3\vec{b}$ .

4. Найти скалярное произведение векторов  $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$  и  $\vec{b} = 5\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ , а также косинус угла между ними.

5. Найти уравнение плоскости, проходящей через точку  $M(3; -4; 1)$  перпендикулярно вектору  $\vec{N} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}$ .

## Вариант №2

### Степени и корни. Самостоятельная работа №1.

1. Упростить  $(216 \cdot x^{-9})^{-\frac{2}{3}}$  и вычислить при  $x = \sqrt{6}$ .

2. Упростить  $\frac{\sqrt[5]{z^2 \cdot \sqrt[3]{z^{-2}}}}{z^{-0,4}}$  и вычислить при  $z = 27$ .

3. Вычислить:

$$\frac{3^{-5} \cdot 27^2 \cdot 9^{-1} + 10 \cdot (0,2)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2}{15 - (0,15)^0 - \left(\frac{1}{13}\right)^{-1}} + \frac{2}{3}$$

4. Упростить:

$$\frac{a^{-1} + b^{-1}}{a^{-2} - b^{-2}} \cdot \frac{(a+b)^{-1}}{(b^2 - a^2)^{-1}}$$

5. Упростить:

$$\sqrt{1 - \frac{10}{z} + \frac{25}{z^2}} \cdot \frac{4z \cdot \sqrt{z}}{5-z}, \text{ при } z > 1.$$

### Показательная и логарифмическая функции. Самостоятельная работа №2.

1. Вычислить  $\left(\frac{1}{9}\right)^{\log_1 \frac{10}{3} - \log_1 \frac{5}{3}}$

2. Решить показательное уравнение  $4^{x+1} = 4^x \cdot 4^{x-1}$

3. Решить показательное неравенство  $5^{\frac{x+2}{3-x}} \geq 25$

4. Решить логарифмическое уравнение

$$\log_2(x+3) + \log_2(x+2) = \log_2 6$$

5. Решить логарифмическое неравенство..

$$\log_{\frac{1}{3}}(x+1) > \log_{\frac{1}{3}}(2-x)$$

### Тригонометрия. Самостоятельная работа №3.

1. Дано  $\operatorname{tg} \alpha = -2$ ;  $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ .

Найти значения остальных тригонометрических функций, а также  $\sin 2\alpha$ .

2. Вычислить  $\operatorname{ctg}(-945^\circ)$ .

3. Решить уравнение  $\sqrt{2} \cdot \cos^2 7x - \cos 7x = 0$ .

4. Решить уравнение  $3 - \cos^2 x - 3\sin x = 0$ .

5. Упростить:

$$1 + \frac{\cos \alpha \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \cos \alpha}.$$

### Стереометрия. Самостоятельная работа №4.

Задача 1.

Прямая  $BD$  перпендикулярна к плоскости треугольника  $ABC$ . Известно, что  $BD = 9$  см,  $AC = 10$  см,  $BC = BA = 13$  см. Найти расстояние от точки  $D$  до прямой  $AC$ .

Задача 2.

Дан куб с длиной ребра 5 см. Найти его объем  $V$ , площадь полной поверхности  $P$  и длину диагонали  $d$ .

Задача 3.

В основании правильной четырехугольной пирамиды лежит прямоугольник со сторонами 6 см и 4 см. Высота пирамиды  $H = 4$  см. Найти объем пирамиды  $V$  и площадь её полной поверхности  $P$ .

Задача 4.

Дана правильная прямоугольная призма, в основании которой лежит равносторонний треугольник  $ABC$  со стороной  $a = 4$  см. Высота призмы  $H = 8$  см. Найти объем призмы  $V$  и площадь  $P$  её полной поверхности.

Указание. Площадь равностороннего треугольника со стороной  $a$  равна  $S = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2$ .

### **Задача 5.**

Найти объем шара  $V$  и площадь  $P$  ограничивающей его сферы радиуса  $R = 6$  см.

### **Векторы. Самостоятельная работа №5.**

1. Изобразить в пространственной системе координат точку  $M(-2; 2; 4)$  и радиус-вектор  $\vec{OM}$ . Записать вектор  $\vec{OM}$  как сумму составляющих по координатным осям в базисе  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ .

2. Даны точки  $A(-3; 4; 1)$  и  $B(2; 6; -3)$ . Найти вектор  $\vec{AB}$ , его длину и направляющие косинусы.

3. Даны векторы  $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{k}$  и  $\vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ . Найти векторы  $\vec{a} + \vec{b}$  и  $2\vec{a} + 5\vec{b}$ .

4. Найти скалярное произведение векторов  $\vec{a} = 3\vec{i} - 4\vec{j} - \vec{k}$  и  $\vec{b} = -2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$ , а также косинус угла между ними.

5. Найти уравнение плоскости, проходящей через точку  $M_0(-2; 5; 0)$  перпендикулярно вектору  $\vec{N} = 5\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$ .

## **4. СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ**

### **Основная учебная литература**

1. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы: Базовый уровень и углублённый уровни: учебник для общеобразовательных организаций / Ш.А. Алимов и др. - 5-е изд. - М.: Просвещение, 2018. - 463с.: ил. - ISBN 978-5-09-055083-3.

2. Геометрия. 10-11 классы: учебник для общеобразовательных организаций: Базовый и углублённый уровни / Л.С. Атанасян и др. - 3-е изд. - М.: Просвещение, 2016. - 255с.: ил. - (МГУ-школе). - ISBN 978-5-09-037761-4

### **Дополнительная учебная литература**

3. Математика: учебник / А.А. Дадаян.-3-е изд., мспр. И доп. – М.: ИНФРА –М, 2017-544 с. – (Среднее профессиональное образование). - Режим доступа: <http://znanium.com/go.php?744755>

4. Математика. Элементы высшей математики: учебник: в 2 т. Т. 2 / В.В. Бардушкин, А.А. Прокофьев. — М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2018. — 368 с. — (Среднее профессиональное образование). - Режим доступа: <http://znanium.com/go.php?id=974795>

## **5. СОВРЕМЕННЫЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫЕ БАЗЫ ДАННЫХ И**

## **ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ СЕТИ ИНТЕРНЕТ**

- Электронно-библиотечная система: [www.znanium.com](http://www.znanium.com)
- Справочно-правовая система «Консультант Плюс»
- Справочно-правовая система «Гарант»

### **Перечень лицензионного программного обеспечения**

#### **и информационных справочных систем**

- Microsoft Windows
- Microsoft Word
- Microsoft Office 365
- Microsoft PowerPoint 2010,
- Антивирус Касперского
- Справочно-правовая база Консультант Плюс
  - Справочно-правовая база Гарант